Computergrafik

Übung: Klausuraufgaben (und Weihnachten!)

Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher
Lehrstuhl für Computergrafik
Karlsruher Institut für Technologie

Weihnachten!

- Nächste Übung am Montag, den 09.01.2017

- Dann ist auch die Abgabe des aktuellen Übungsblattes!

Bounding Volume Hierarchies

In dieser Aufgabe betrachten wir einen Octree, eine Bounding-Volume-Hierarchie (BVH), und einen kD-Baum.

Alle drei Datenstrukturen sind so implementiert, dass sie Primitive nur in *Blattknoten* speichern. Primitive, die in mehreren Blattknoten gespeichert werden müssten, werden so geteilt, dass jeder Teil nur in einem Blatt gespeichert werden muss. An jedem Blattknoten werden *alle* dort gespeicherten Objekte getestet und der nächste Schnittpunkt zurückgegeben.

Bewerten Sie den Wahrheitsgehalt der Aussage, wenn sie auf die jeweilige Datenstruktur bezogen wird, indem Sie *wahr* oder *falsch* **ankreuzen**, und **begründen** Sie kurz Ihre Entscheidung. **(9 Punkte)**

Aussage:	„Der *erste* während der Traversierung gefundene Schnittpunkt ist zugleich der *nächste* Schnittpunkt zum Ursprung des Strahls."

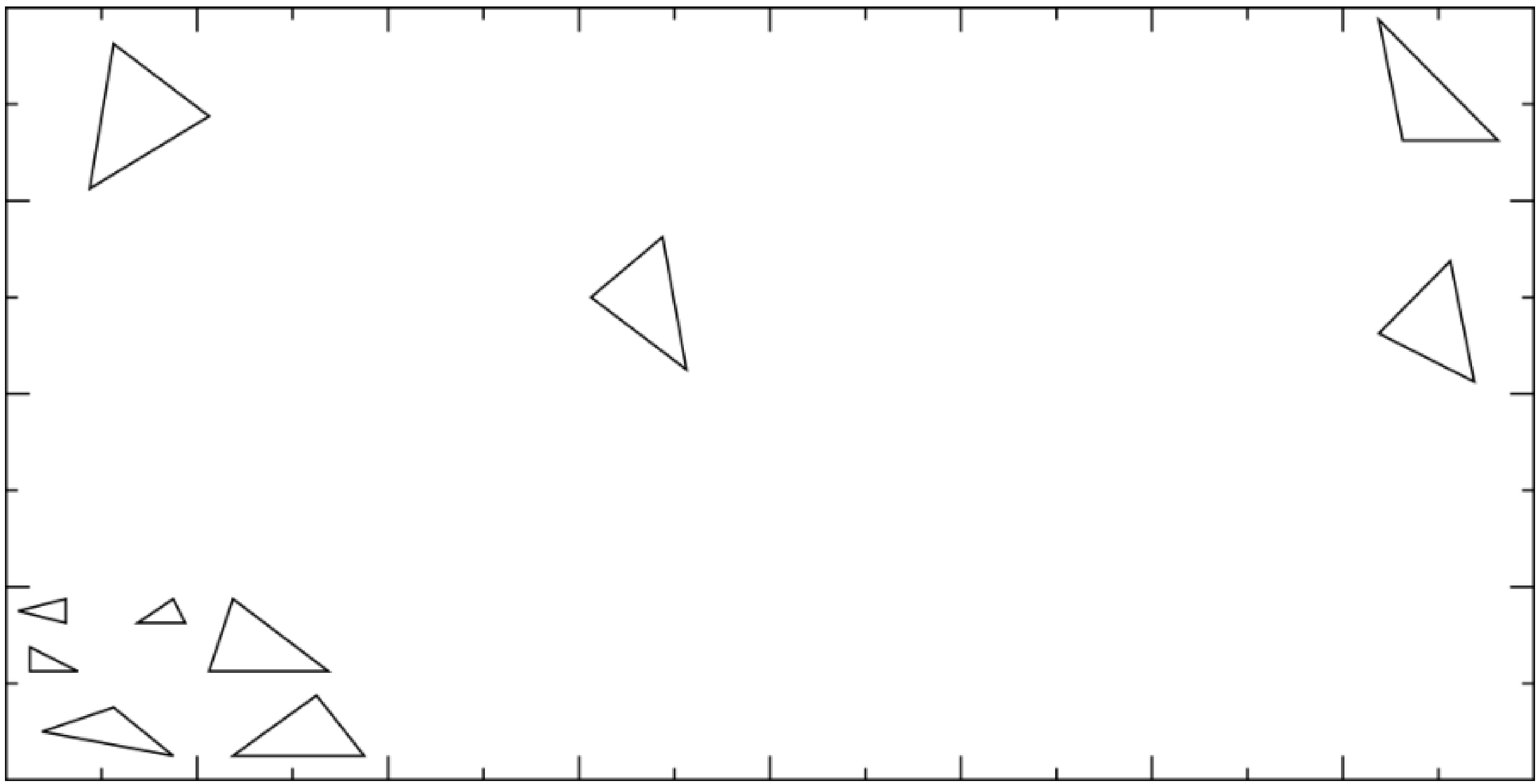
Bounding Volume Hierarchies

Konstruieren Sie für die Dreiecke in dem Kasten einen zweidimensionalen kD-Baum, wobei das *Objektmittel* (object median) *entlang der Achse der größten Ausdehnung* als Unterteilungsheuristik zu verwenden ist. Jedes Blatt des kD-Baums darf höchstens ein Dreieck enthalten.

Zeichnen Sie die Unterteilungslinie für jeden inneren Knoten des Baumes und **nummerieren Sie sie entsprechend der Tiefe** des Knotens im kD-Baum, wie im Beispiel am Ende der Aufgabe gezeigt ist. **(6 Punkte)**

Bounding Volume Hierarchies

Konstruieren Sie, indem Sie Unterteilungslinien zeichnen, für die unten gezeichneten Primitive einen Quadtree mit einer regelmäßigen Unterteilung und maximal einem Primitiv pro Blatt: **(5 Punkte)**



Sie wollen in der obigen Szene Raytracing durchführen und dies mit einer räumlichen Datenstuktur beschleunigen. Ist dafür ein regelmäßiges Gitter oder ein kD-Baum besser geeignet? Begründen Sie Ihre Entscheidung! **(4 Punkte)**

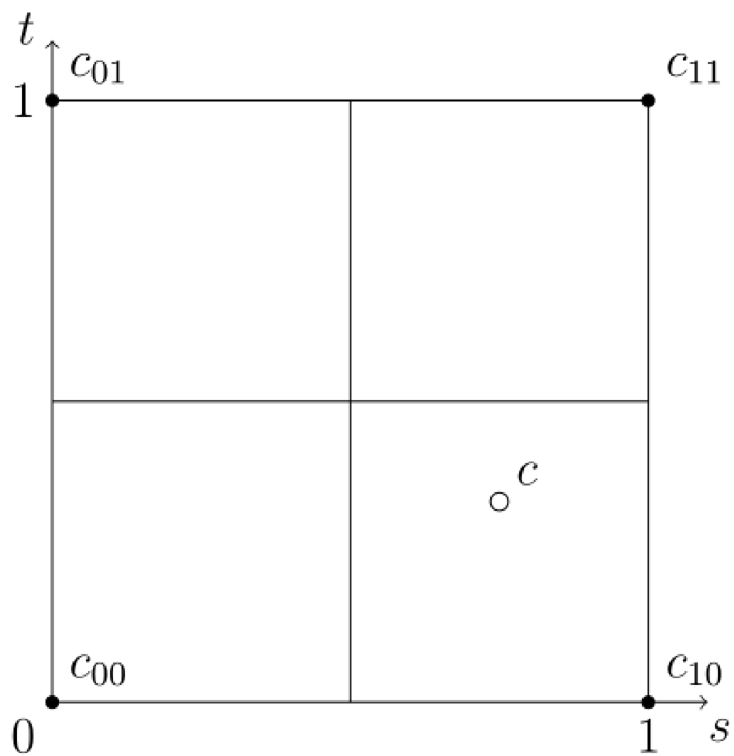
Bounding Volume Hierarchies

Aussage	Wahr	Falsch
Die Surface Area Heuristic minimiert die Anzahl der Primitive, die sich in der Beschleunigungsstruktur befinden.	☐	☐
Der Aufbau einer BVH mithilfe der Surface Area Heuristic ist im Allgemeinen aufwändiger als der Aufbau mittels Objektmittel-Methode (object median).	☐	☐
BSP-Bäume sind kD-Bäume mit achsparallelen Unterteilungsebenen.	☐	☐
Die Objektmittel-Methode (object median) kann beim Erstellen von BVH und kD-Baum verwendet werden.	☐	☐
Die Raummittel-Methode (spatial median) kann beim Erstellen von BVH und kD-Baum verwendet werden.	☐	☐
Eine optimale objektorientierte Box (OOBBs) hat höchstens das Volumen der entsprechenden achsenparallelen Box (AABB).	☐	☐

Interpolation

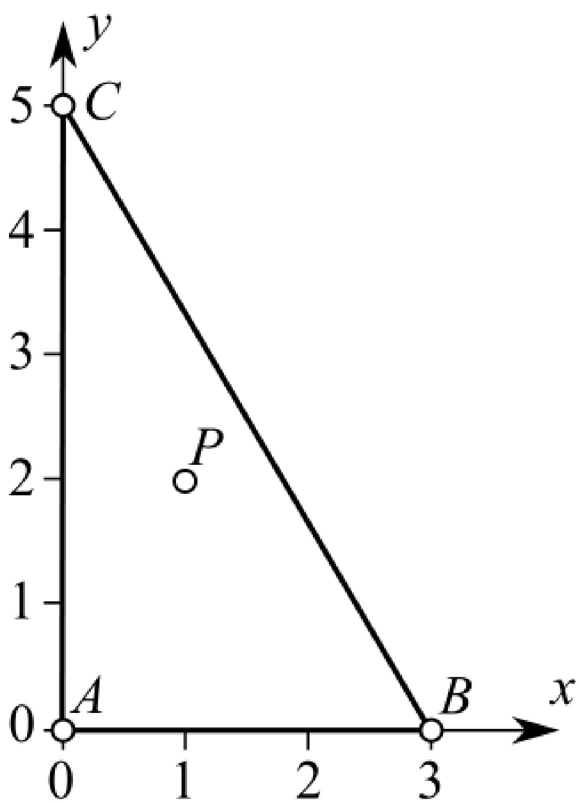
Im Folgenden ist eine 2×2 Graustufentextur mit Texelwerten $c_{00}, c_{10}, c_{01}, c_{11}$ gegeben. Die Texelwerte sind an den Ecken der Textur, definiert im Bereich $[0; 1]^2$, gespeichert.

Geben Sie den Wert c an, der sich bei Auslesen der Textur mittels bilinearer Interpolation an der Stelle $(s, t) = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{3}\right)$ ergibt. **(4 Punkte)**

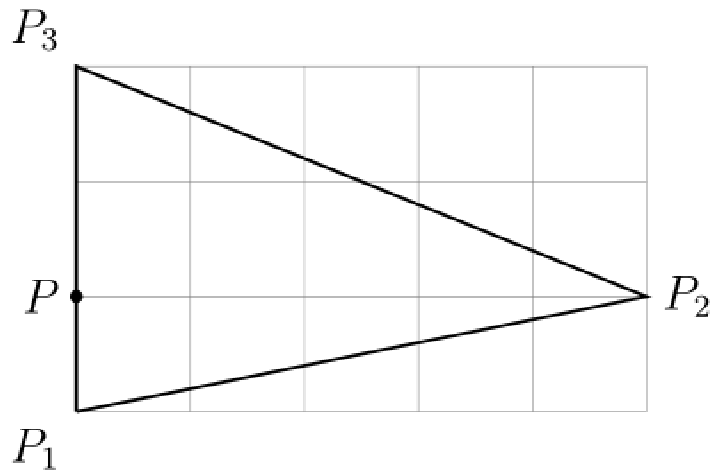


Interpolation

Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A = (0, 0), B = (3, 0), C = (0, 5). Berechnen Sie für den Punkt P = (1, 2) die baryzentrischen Koordinaten λ_A, λ_B, λ_C bezüglich der Eckpunkte A, B, C des Dreiecks. (2 Punkte)



Interpolation



Für ein Dreieck seien die Eckpunkte P_1, P_2, P_3 mit Farben c_1, c_2, c_3 gegeben. Ein Punkt P innerhalb des Dreiecks habe die baryzentrischen Koordinaten λ_1, λ_2, λ_3. Geben Sie eine Formel zur Berechnung der interpolierten Farbe c im Punkt P an. **(2 Punkte)**

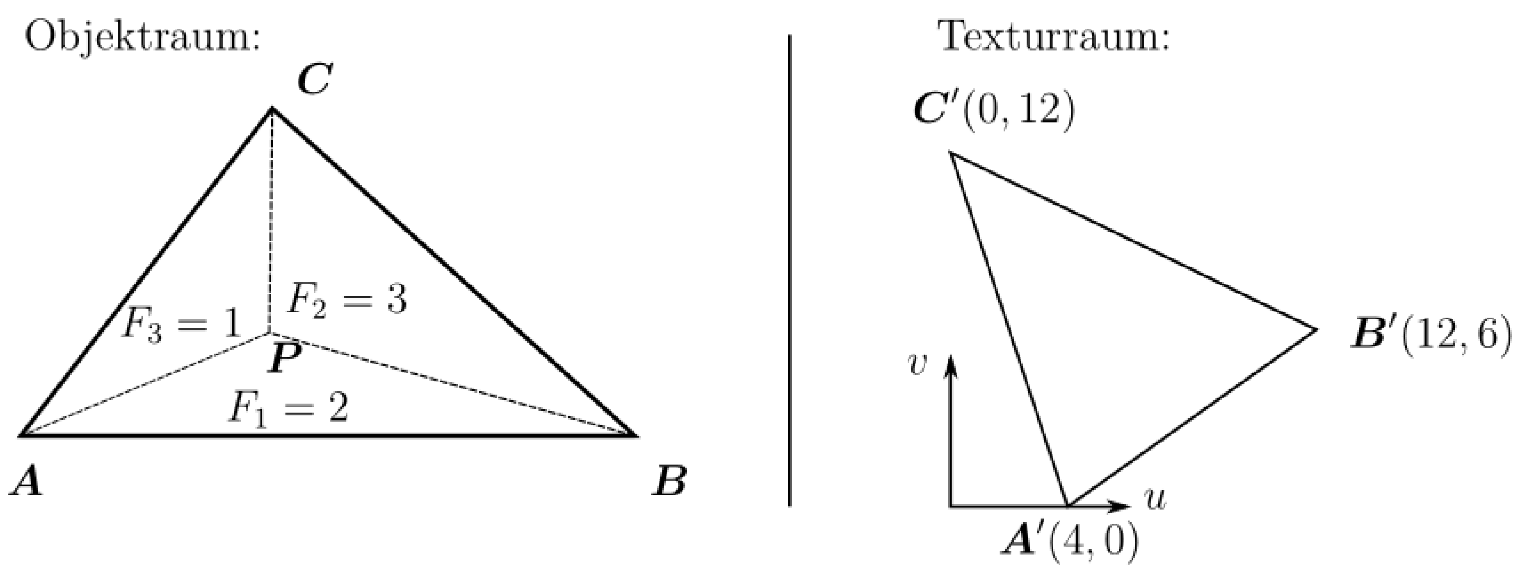
$c =$

Was müssen Sie beachten, wenn Sie auf diese Weise Normalen interpolieren, um die Beleuchtung für Punkte in einem Dreieck zu berechnen? **(1 Punkt)**

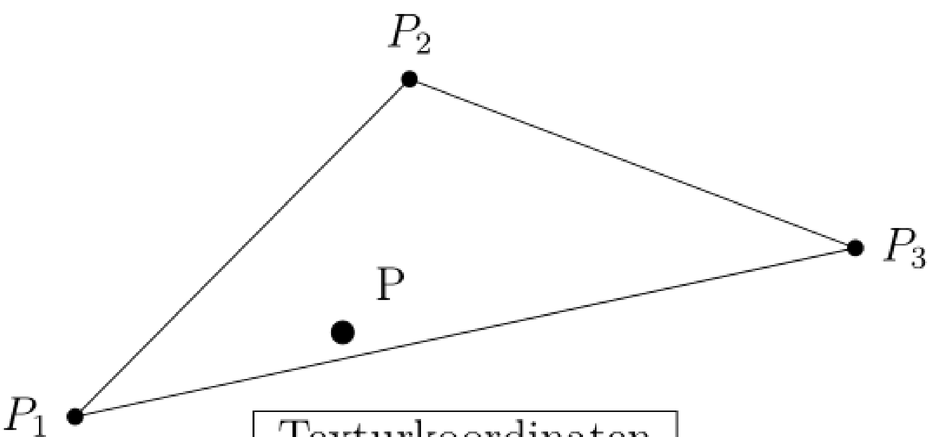
Interpolation

Gegeben ist ein Dreieck mit den Eckpunkten $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{C}$ (siehe Abbildung). Den Eckpunkten sind die zweidimensionalen Texturkoordinaten $\boldsymbol{A}'$, $\boldsymbol{B}'$ und $\boldsymbol{C}'$ zugewiesen. Das Dreieck wird im Punkt $\boldsymbol{P}$ von einem Strahl geschnitten. F_1, F_2 und F_3 bezeichnen jeweils die Flächeninhalte der eingezeichneten Teildreiecke.

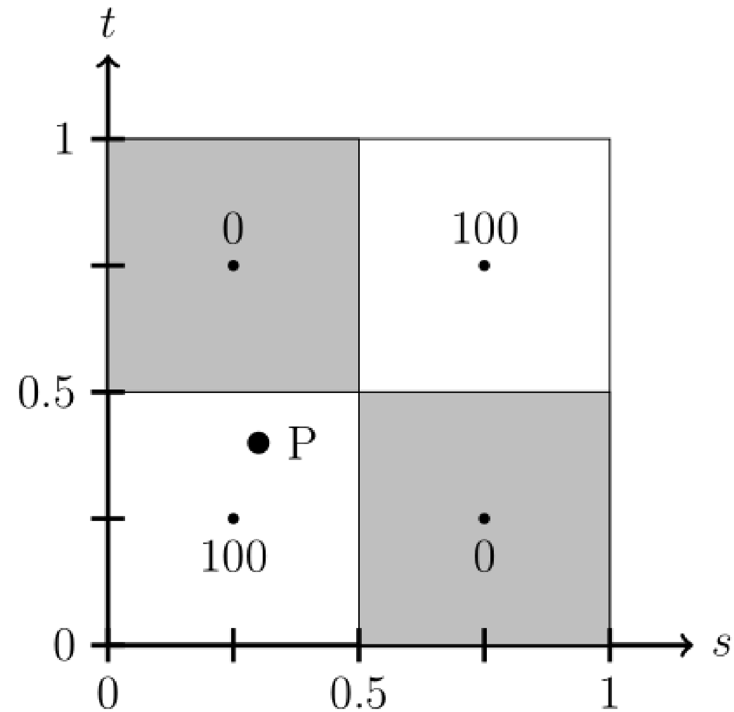
Berechnen Sie die baryzentrischen Koordinaten λ_A, λ_B und λ_C von $\boldsymbol{P}$ und daraus die Texturkoordinaten $\boldsymbol{P}' = (u, v)$ des Punktes $\boldsymbol{P}$! Geben Sie jeweils Ihren Rechenweg an! **(5 Punkte)**



Texturen



Texturkoordinaten	
P_1	(0,0)
P_2	(0,1)
P_3	(1,1)

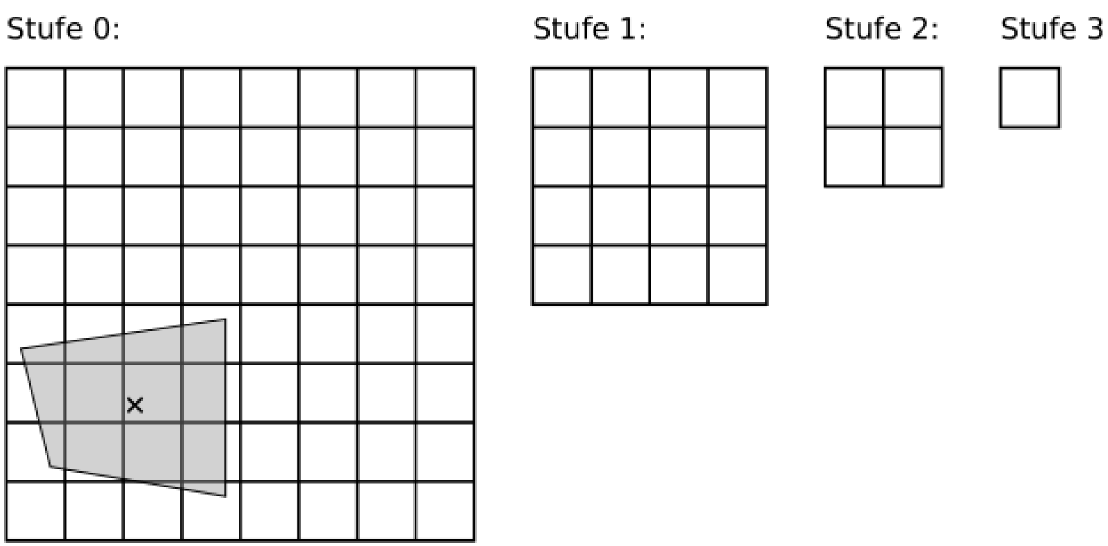


Skizzieren Sie auf der folgenden Abbildung, wie das texturierte Dreieck mit der obigen Textur bei Verwendung der *Nearest-Neighbor-Interpolation* aussehen würde! **(2 Punkte)**

Texturen

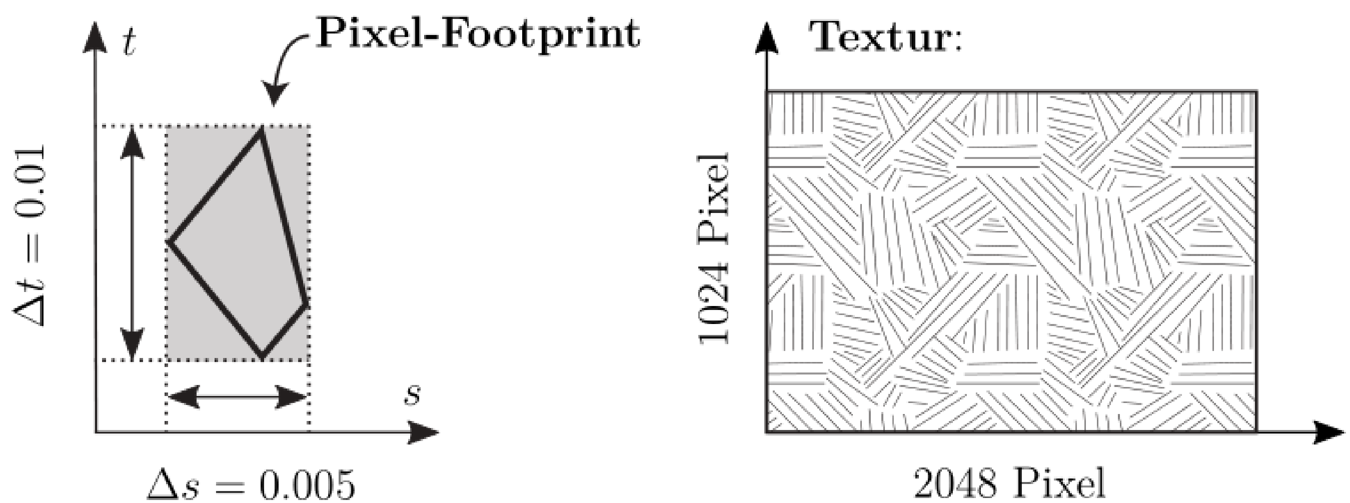
Gegeben ist eine Textur mit 8×8 Texeln und 4 Mipmap-Stufen sowie ein Pixel-Footprint und dessen Mittelpunkt (siehe Abbildung). Kreuzen Sie in der Mipmap-Pyramide die Texel an, die für eine *trilineare Interpolation* zur Bestimmung des Farbwertes verwendet werden! Begründen Sie *kurz* Ihre Wahl der Mipmap-Stufen! **(5 Punkte)**

Hinweis:
Wenn Sie Korrekturen vornehmen wollen, zeichnen Sie bitte ein neues Gitter für die entsprechende Stufe und streichen das vorhandene deutlich durch.



Texturen

Eine Textur wird mit einem trilinearen Filter abgetastet. Die folgende Abbildung zeigt den Pixel-Footprint im (s,t)-Texturraum ($s,t \in [0,1]$) und rechts daneben die Textur:



Welche Mipmap-Stufen werden für die trilineare Interpolation verwendet, wenn die Textur eine Auflösung von 2048×1024 hat? (Mipmap-Stufe 0 hat die größte Auflösung). Begründen Sie Ihre Antwort! **(8 Punkte)**

Transformationen

In der Vorlesung haben Sie Transformationen, wie sie in der Computergrafik verwendet werden, kennengelernt.

a) Gegeben seien die folgenden orthonormalen Vektoren im $\mathbb{R}_3$:

$$\mathbf{u} = \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^T, \mathbf{v} = \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^T, \mathbf{w} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}, 0, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^T$$

Eine 3×3 Transformationsmatrix $\mathbf{M}$ transformiert die Koordinaten eines Punktes in kartesischen Koordinaten in das Koordinatensystem, das von $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ und $\mathbf{w}$ aufgespannt wird.

- Um welchen Typ Transformation handelt es sich dabei? **(1 Punkt)**

- Nennen Sie die effizienteste Methode, die Inverse dieser Transformation zu finden. **(1 Punkt)**

Transformationen

Betrachten Sie folgende Transformationsmatrizen in **homogenen 2D-Koordinaten**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{4} & -\sin\frac{\pi}{4} & 0 \\ \sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Abbildung $\mathbf{p}'$ eines Punktes $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2$, mit $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_w)^T$, erhält man dabei durch $\mathbf{p}' = \mathbf{M}\mathbf{p}$.

Nennen Sie jeweils, um welche Transformation es sich handelt und wie deren Parameter sind (z.B. „Rotation in/gegen den Uhrzeigersinn um 123°.“). **(6 Punkte)**

Hinweis: Winkel sind im Bogenmaß angegeben.

Transformationen

Geben Sie zeichnerisch ein einfaches Beispiel an, das deutlich zeigt, dass man die Normalen eines Primitivs im Allgemeinen nicht mit derselben Matrix transformieren kann wie die Vertizes. Um was für eine Art Transformation handelt es sich dabei? **(2 Punkte)**

Frohe Weihnachten!